

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος	xiii
----------------	------

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΜΙΑΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

1.1 Εισαγωγή	3
1.2 Η έννοια του συνόλου – Σύνολα αριθμών – Βασικές έννοιες	4
1.3 Η έννοια της πραγματικής συνάρτησης μιας πραγματικής μεταβλητής	7
1.4 Ορισμένες βασικές συναρτήσεις	10
1.5 Ισότητα και πράξεις μεταξύ συναρτήσεων	13
1.6 Είδη συναρτήσεων	14
1.7 Μονότονες – Φραγμένες συναρτήσεις	16
1.8 Ακρότατα συνάρτησης	18
1.9 Η αντίστροφη συνάρτηση	19
1.10 Σύνθεση συναρτήσεων	21
1.11 Η εκθετική συνάρτηση	23
1.12 Η λογαριθμική συνάρτηση	25
1.13 Η έννοια της ακολουθίας	29
1.14 Μια εφαρμογή των εκθετικών συναρτήσεων: Η περίπτωση του συνεχούς ανατοκισμού	30
1.15 Μαθηματικές και τριγωνομετρικές συναρτήσεις του Excel.....	33
Ερωτήσεις θεωρίας 1 ^{ου} κεφαλαίου	41
Ασκήσεις 1 ^{ου} κεφαλαίου	42

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΟΡΙΟ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

2.1 Εισαγωγή.....	45
2.2 Η έννοια του ορίου	46
2.3 Ορισμός του ορίου	49
2.4 Ιδιότητες των ορίων – Πράξεις μεταξύ ορίων	52
2.5 Όριο συνάρτησης στο άπειρο	61
2.6 Ιδιότητες των ορίων στο άπειρο	64
2.7 Συνέχεια συνάρτησης	68
2.7.1 Έννοια – Ορισμός της συνέχειας	68
2.7.2 Πράξεις με συνεχείς συναρτήσεις	71
2.7.3 Συνέχεια βασικών συναρτήσεων	72

2.8 Βασικά θεωρήματα συνεχών συναρτήσεων	76
Ερωτήσεις θεωρίας 2 ^{ου} κεφαλαίου	81
Ασκήσεις 2 ^{ου} κεφαλαίου	82

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

3.1 Εισαγωγή	89
3.2 Η έννοια της παραγώγου	90
3.3 Παραγωγισιμότητα και συνέχεια συνάρτησης	92
3.4 Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων	94
3.5 Κανόνες παραγώγισης	97
3.6 Παράγωγος σύνθετης – αντίστροφης συνάρτησης	103
3.7 Παράγωγος πλεγμένης συνάρτησης	110
3.8 Ερμηνεία της παραγώγου	112
3.8.1 Γεωμετρική ερμηνεία της παραγώγου – Εφαπτομένη καμπύλης	112
3.8.2 Η παράγωγος στη φυσική	114
3.8.3 Η παράγωγος ως ρυθμός μεταβολής	116
3.9 Διαφορικό συνάρτησης	118
3.9.1 Η έννοια του διαφορικού	118
3.9.2 Κανόνες διαφόρισης	120
3.9.3 Διαφορικά ορισμένων βασικών συναρτήσεων	121
3.10 Γενικά παραδείγματα – Εφαρμογές	122
Ερωτήσεις θεωρίας 3 ^{ου} κεφαλαίου	125
Ασκήσεις 3 ^{ου} κεφαλαίου	126
Τυπολόγιο παραγώγων	136

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΩΝ

ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ – ΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΕΣ ΜΟΡΦΕΣ

4.1 Εισαγωγή	141
4.2 Θεμελιώδη θεωρήματα του διαφορικού λογισμού	142
4.2.1 Ορισμοί – Θεώρημα Fermat	142
4.2.2 Θεώρημα Rolle	145
4.2.3 Θεώρημα μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού	147
4.3 Μελέτη συναρτήσεων	151
4.3.1 Μονοτονία συναρτήσεων	151
4.3.2 Ακρότατα συναρτήσεων	153
4.3.3 Κυρτές και κοίλες συναρτήσεις – Σημεία καμπής	158

4.3.4	Ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης	164
4.3.5	Μελέτη και χάραξη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης	166
4.4	Απροσδιόριστες μορφές – Κανόνας de L' Hospital	174
4.5	Γενικά παραδείγματα – Εφαρμογές	182
	Ερωτήσεις θεωρίας 4 ^{ου} κεφαλαίου	186
	Ασκήσεις 4 ^{ου} κεφαλαίου	187

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

5.1	Εισαγωγή	195
5.2	Η έννοια των συναρτήσεων πολλών μεταβλητών	196
5.3	Όρια και συνέχεια συναρτήσεων πολλών μεταβλητών	203
5.4	Μερικές παράγωγοι	208
5.4.1	Μερικές παράγωγοι πρώτης τάξης	208
5.4.2	Μερικές παράγωγοι δεύτερης και ανώτερης τάξης	216
5.4.3	Το διάνυσμα κλίσης μιας συνάρτησης	219
5.5	Αλυσωτή παραγωγή – Ολική παράγωγος	220
	Ερωτήσεις θεωρίας 5 ^{ου} κεφαλαίου	225
	Ασκήσεις 5 ^{ου} κεφαλαίου	226

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΟΜΟΓΕΝΕΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΕΣ ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ – ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

6.1	Εισαγωγή	235
6.2	Ομογενείς συναρτήσεις	236
6.3	Η ορίζουσα του Jacobi και η ορίζουσα του Hesse	242
6.4	Ακρότατα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών	245
6.4.1	Ελεύθερα ακρότατα	245
6.4.2	Δεσμευμένα ακρότατα	249
6.5	Ακρότατα πλεγμένων συναρτήσεων	258
6.6	Μια εφαρμογή των ομογενών συναρτήσεων: Η περίπτωση των συναρτήσεων παραγωγής τύπου Cobb – Douglas	260
	Ερωτήσεις θεωρίας 6 ^{ου} κεφαλαίου	263
	Ασκήσεις 6 ^{ου} κεφαλαίου	264

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

7.1	Εισαγωγή	269
7.2	Ελαστικότητα συναρτήσεων	270
7.2.1	Η έννοια της ελαστικότητας	270
7.2.2	Γεωμετρική ερμηνεία της ελαστικότητας	272

7.3	Η έννοια της οριακής και μέσης συνάρτησης	277
7.4	Συναρτήσεις παραγωγής ή συναρτήσεις συνολικού προϊόντος	277
7.5	Συναρτήσεις κόστους	279
7.6	Συναρτήσεις εσόδων	282
7.7	Συναρτήσεις κερδών (άριστο επίπεδο παραγωγής – νεκρά σημεία)	286
7.8	Γενικά παραδείγματα – Εφαρμογές	290
	Ερωτήσεις θεωρίας 7 ^{ου} κεφαλαίου	297
	Ασκήσεις 7 ^{ου} κεφαλαίου	298

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΑΟΡΙΣΤΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

8.1	Εισαγωγή	305
8.2	Το αόριστο ολοκλήρωμα συνάρτησης	306
8.3	Τύποι ολοκληρωμάτων των κυριοτέρων στοιχειωδών συναρτήσεων	308
8.4	Μέθοδοι ολοκλήρωσης	311
8.4.1	Ολοκλήρωση κατά μέρη	311
8.4.2	Ολοκλήρωση κατά παράγοντες	312
8.4.3	Ολοκλήρωση με αντικατάσταση (αλλαγή) της μεταβλητής	315
8.5	Παρατηρήσεις στον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων	319
	Ερωτήσεις θεωρίας 8 ^{ου} κεφαλαίου	322
	Ασκήσεις 8 ^{ου} κεφαλαίου	323

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΟΡΙΣΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

9.1	Εισαγωγή	327
9.2	Το ορισμένο ολοκλήρωμα συνάρτησης	328
9.3	Ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος	331
9.4	Θεώρημα μέσης τιμής του ολοκληρωτικού λογισμού	333
9.5	Συνάρτηση που ορίζεται από ολοκλήρωμα	335
9.6	Σχέση ορισμένου ολοκληρώματος και αρχικής συνάρτησης (Θεμελιώδες θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού)	336
9.7	Υπολογισμός εμβαδών	341
9.7.1	Επίπεδο χωρίο που ορίζεται από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης	341
9.7.2	Επίπεδο χωρίο που ορίζεται από τη γραφική παράσταση δύο συναρτήσεων	350
	Ερωτήσεις θεωρίας 9 ^{ου} κεφαλαίου	361
	Ασκήσεις 9 ^{ου} κεφαλαίου	362

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

10.1 Εισαγωγή	367
10.2 Υπολογισμός συνολικού κόστους από το οριακό κόστος	368
10.3 Υπολογισμός συνολικών εσόδων από τα οριακά έσοδα	369
10.4 Συναρτήσεις κατανάλωσης και αποταμίευσης	370
10.5 Πλεόνασμα καταναλωτή και παραγωγού	373
Ερωτήσεις θεωρίας 10 ^{ου} κεφαλαίου	377
Ασκήσεις 10 ^{ου} κεφαλαίου	378

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΠΙΝΑΚΕΣ – ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ

11.1 Εισαγωγή	383
11.2 Ορισμός πίνακα – Ισότητα πινάκων	384
11.3 Ειδικές μορφές πινάκων	386
11.4 Πράξεις πινάκων	390
11.4.1 Πρόσθεση και αφαίρεση πινάκων	390
11.4.2 Πολλαπλασιασμός πραγματικού αριθμού με πίνακα	391
11.4.3 Πολλαπλασιασμός πινάκων	392
11.4.4 Εσωτερικό – Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων	396
11.5 Αντιστρέψιμοι πίνακες	399
11.6 Ορθογώνιοι – Ταυτοδύναμοι πίνακες	401
11.7 Γραμμοπράξεις – Ισοδύναμοι πίνακες – Ανηγμένος κλιμακωτός πίνακας	402
11.8 Ορίζουσες	404
11.8.1 Ορίζουσα 2 ^{ης} τάξης	404
11.8.2 Ορίζουσα 3 ^{ης} τάξης	405
11.8.3 Ορίζουσα n-στής τάξης	408
11.9 Ιδιότητες των οριζουσών	412
11.10 Εύρεση του αντίστροφου πίνακα	418
11.10.1 Εύρεση του αντίστροφου πίνακα με τη βοήθεια του προσαρτημένου πίνακα	419
11.10.2 Εύρεση του αντίστροφου πίνακα με τις γραμμοπράξεις	423
11.11 Βαθμός ενός πίνακα	425
11.12 Συναρτήσεις του Excel σχετικές με τους πίνακες και τις ορίζουσες	428
11.13 Γενικά παραδείγματα – Εφαρμογές	435
Ερωτήσεις θεωρίας 11 ^{ου} κεφαλαίου	439
Ασκήσεις 11 ^{ου} κεφαλαίου	440

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

12.1	Εισαγωγή	449
12.2	Η έννοια του γραμμικού συστήματος	450
12.3	Μέθοδοι επίλυσης γραμμικών συστημάτων	454
12.3.1	Η μέθοδος απαλοιφής του Gauss	455
12.3.2	Η μέθοδος του αντίστροφου πίνακα	457
12.3.3	Η μέθοδος των οριζουσών (κανόνας του Cramer)	459
12.3.4	Εφαρμογή του κανόνα του Cramer σε ομογενή συστήματα n εξισώσεων με n αγνώστους	463
12.3.5	Άλλες μέθοδοι επίλυσης γραμμικών συστημάτων m εξισώσεων με n αγνώστους ($m \neq n$)	464
12.4	Διερεύνηση γραμμικών συστημάτων με τη βοήθεια της έννοιας του βαθμού πίνακα	466
12.5	Λύση γραμμικών συστημάτων με τη βοήθεια του Excel	469
	Ερωτήσεις θεωρίας 12 ^{ου} κεφαλαίου	473
	Ασκήσεις 12 ^{ου} κεφαλαίου	474
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	477