

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή	15
----------------	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:

ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΤΩΝ ΝΟΕΡΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ

1.1. Η θέση των νοερών υπολογισμών στο σύγχρονο διδακτικό περιβάλλον	22
1.1.1. Πώς ορίζεται ο νοερός υπολογισμός; Διευκρίνιση των όρων.....	22
1.1.2. Γιατί είναι σημαντικοί οι νοεροί υπολογισμοί;	26
1.1.3. Τα σύγχρονα Προγράμματα Σπουδών στον διεθνή χώρο και οι νοεροί υπολογισμοί	28
1.1.4. Αριθμητισμός και νοεροί υπολογισμοί	29
1.2. Κατανόηση και νοεροί υπολογισμοί	33
1.2.1. Η εννοιολογική κατανόηση και οι διαδικαστικές δεξιότητες στους νοερούς υπολογισμούς	33
1.2.2. Αίσθηση του αριθμού, οι νοεροί υπολογισμοί και η εκτίμηση	35
1.3. Η ανάπτυξη των αριθμητικών ικανοτήτων, οι άτυπες γνώσεις και στρατηγικές των μαθητών	41
1.3.1. Η εμφάνιση και ανάπτυξη των πρώτων αριθμητικών ικανοτήτων	41
1.3.2. Οι στρατηγικές στους νοερούς υπολογισμούς	48
1.3.3. Οι γραπτοί αλγόριθμοι και οι διαφορές τους με τις νοερές στρατηγικές	51
1.4. Ευελιξία και νοεροί υπολογισμοί	57
1.4.1. Τι είναι και πώς ορίζεται η ευελιξία;	57
1.4.2. Μεταβλητές της κατάστασης ή τα χαρακτηριστικά του προβλήματος	60
1.4.3. Μεταβλητές του υποκειμένου ή ταχύτητα και αποτελεσματικότητα	61

1.4.4. Μεταβλητές του πλαισίου	67
Αναφορές	71

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:

ΝΟΕΡΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ: ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΙΣ

2.1. Στρατηγικές πρόσθεσης αφαίρεσης με αριθμούς μέχρι το 20	81
2.1.1. 1 ^ο επίπεδο: Στρατηγικές με υλικά ή αισθητοποίησης των αριθμών	83
2.1.2. 2 ^ο επίπεδο: Στρατηγικές αρίθμησης	85
2.1.3. 3 ^ο επίπεδο: Στρατηγικές ανάκλησης ή κατασκευαστικές στρατηγικές	89
2.1.4. Η στρατηγική υπέρβασης της δεκάδας ή πέρασμα από το 10..	91
2.2. Αποτελέσματα ερευνών στις προσθέσεις και αφαιρέσεις με αριθμούς μέχρι το 20	95
2.2.1. Η Ανάπτυξη στις στρατηγικές αρίθμησης	96
2.2.1.1. Από τη στρατηγική ‘απαρίθμηση όλων’ στις στρατηγικές ‘αρίθμησης από’	96
2.2.1.2. Από τις στρατηγικές αρίθμησης στις στρατηγικές ανάκλησης αριθμητικών γεγονότων	98
2.2.2. Τα χαρακτηριστικά των στρατηγικών σε προσθέσεις και αφαιρέσεις με αριθμούς μέχρι το 20	102
2.2.2.1. Η χρήση ποικίλων στρατηγικών	102
2.2.2.2. Προσαρμοστική επιλογή των στρατηγικών	103
2.2.2.3. Η ανακάλυψη και η γενίκευση των καινούργιων στρατηγικών	104
2.2.3. Τα αποτελέσματα έρευνας, σε μονοψήφιες προσθέσεις και αφαιρέσεις, της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής	108
2.3. Στρατηγικές πρόσθεσης αφαίρεσης με αριθμούς από το 20 μέχρι το 100	116
2.3.1. Κατηγοριοποίηση των στρατηγικών πρόσθεσης και αφαίρεσης με αριθμούς από το 20 μέχρι το 100	116
2.3.2. Άλλοι τρόποι κατηγοριοποίησης των στρατηγικών	123
2.4. Αποτελέσματα ερευνών στις προσθέσεις και αφαιρέσεις διψήφιων και πολυψήφιων αριθμών της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής	127

2.4.1. Αποτελέσματα από ένα πρόγραμμα εξ' αποστάσεως επιμόρφωσης δασκάλων και πειραματικής εφαρμογής των νοερών υπολογισμών	127
2.4.2. Αποτελέσματα έρευνας στη χρήση στρατηγικών και την ευελιξία σε μαθητές της Γ' τάξης	140
2.4.3. Αποτελέσματα έρευνας για την ευελιξία στη χρήση στρατηγικών μαθητών της Στ' τάξης	146
Αναφορές	150

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:

Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΝΟΕΡΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ

3.1. Αποτελέσματα ερευνών στον διεθνή χώρο για τη διδασκαλία των νοερών υπολογισμών και της ευελιξίας	155
3.1.1. Άμεση διδασκαλία των στρατηγικών στους νοερούς υπολογισμούς	157
3.1.2. Ενθάρρυνση των μαθητών να αναπτύξουν τις ατομικές τους στρατηγικές στους νοερούς υπολογισμούς	159
3.1.3. Θεωρίες σχετικά με τους παράγοντες που επηρεάζουν τη μάθηση των νοερών υπολογισμών	160
3.1.4. Η διδασκαλία της ευελιξίας και της ειδίκευσης μέσω προσαρμογής	162
3.2. Ιστορική αναδρομή στη διδασκαλία των νοερών υπολογισμών στην ελληνική εκπαίδευση	173
3.2.1 Χρήση των νοερών υπολογισμών στην πρώτη περίοδο των παραδοσιακών μαθηματικών	173
3.2.2 Περιορισμός των νοερών υπολογισμών κατά την περίοδο των παραδοσιακών μαθηματικών και των Μοντέρνων Μαθηματικών	178
3.2.3. Εμφάνιση των νοερών υπολογισμών στα προγράμματα Δ.Ε.Π.Π.Σ και τα νέα βιβλία το 2006	181
3.3. Παρουσίαση και σύγκριση δύο περιπτώσεων προγραμμάτων διδασκαλίας: της Αγγλίας και της Ολλανδίας	185
3.3.1. Ρεαλιστικά Μαθηματικά της Ολλανδίας και νοεροί υπολογισμοί	185
3.3.2. Οι νοεροί υπολογισμοί στο πρόγραμμα Numeracy της Αγγλίας	187

3.3.3. Τα κοινά σημεία των δύο προγραμμάτων	188
3.3.4. Οι διαφορές των δύο προγραμμάτων	189
3.3.4.1. Η εισαγωγή και η εξέλιξη των στρατηγικών	189
3.3.4.2. Η αρίθμηση και η στρατηγική N10 εναντίον των διαδικασιών θεσιακής αξίας και της στρατηγικής 1010.....	194
3.3.4.3. Προοδευτική μαθηματικοποίηση και κενή αριθμητική γραμμή	196
3.3.4.4. Νοεροί υπολογισμοί και γραπτοί τυπικοί αλγόριθμοι	204
3.4 Αξιολόγηση της διδασκαλίας στην Ελλάδα των νοερών υπολογισμών στις πράξεις με φυσικούς αριθμούς	207
3.4.1 Προτάσεις βελτίωσης στο ελληνικό Αναλυτικό Πρόγραμμα και σχολικά βιβλία	208
Αναφορές	211

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:

ΝΟΕΡΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ: ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΙ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΣΕΙΣ

4.1. Η μάθηση της προπαίδειας	219
4.1.1. Οι μηχανισμοί της μνήμης και η μάθηση της προπαίδειας....	220
4.1.2. Οι μηχανισμοί που καθοδηγούν την ανάπτυξη των στρατηγικών στην προπαίδεια	222
4.1.3. Οι στρατηγικές υπολογισμού στην προπαίδεια	226
4.1.4. Πρόταση για μια σύντομη και πρακτική κατηγοριοποίηση των στρατηγικών στην προπαίδεια	233
4.1.5. Διαφοροποιήσεις στη χρήση των στρατηγικών και παράγοντες που επηρεάζουν την επίδοση στην προπαίδεια	236
4.1.5.1. Διαφοροποίηση στη χρήση των στρατηγικών κατά τη διάρκεια του χρόνου	236
4.1.5.2. Διαφοροποίηση στη χρήση των στρατηγικών σύμφωνα με τους παράγοντες του γινομένου	237
4.1.6. Η διδασκαλία της προπαίδειας	239
4.1.6.1. Διδακτικές παρατηρήσεις και οδηγίες για τη διδασκαλία της προπαίδειας	243
4.2. Η διαίρεση	246

4.2.1. Αρχικές γνώσεις των μαθητών στη διαίρεση	249
4.2.2. Κατηγοριοποίηση των στρατηγικών στις απλές διαιρέσεις...	250
4.2.3. Έρευνες σε απλές πράξεις διαίρεσης	252
4.3. Πολυψήφιοι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις	256
4.3.1. Κατηγοριοποίηση των στρατηγικών σε πολυψήφιους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις	256
4.3.2. Αποτελέσματα ερευνών σε πολυψήφιους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής	261
4.3.2.1. Έρευνα στις άτυπες στρατηγικές πριν τη διδασκαλία του αλγόριθμου	261
4.3.2.2. Έρευνα στις στρατηγικές σε μαθητές Δημοτικού μετά τη διδασκαλία	265
4.3.2.3. Έρευνες στις στρατηγικές σε μαθητές Γυμνασίου...	272
4.4. Ο Ελληνικός πολλαπλασιασμός. Εισαγωγή στον γραπτό αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού	277
4.4.1. Ιστορικοί αλγόριθμοι του πολλαπλασιασμού που χρησιμοποιούνται στην εκπαίδευση	278
4.4.2. Ιστορική προέλευση του Ελληνικού πολλαπλασιασμού	281
4.4.3. Εφαρμογή του Ελληνικού πολλαπλασιασμού στην εκπαίδευση	286
Αναφορές	289

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:

ΝΟΕΡΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΜΕ ΡΗΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

5.1. Γενικά οι ρητοί αριθμοί και τα κλάσματα	299
5.1.1. Τι είναι οι ρητοί αριθμοί;	299
5.1.2. Οι δυσκολίες των μαθητών στους ρητούς αριθμούς	301
5.2. Αποτελέσματα ερευνών στην Αυστραλία από τις νοερές πράξεις με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά	305
5.2.1. Αναπτυξιακή κλίμακα συμπεριφοράς στους νοερούς υπολογισμούς με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά	305
5.2.2. Σχετική δυσκολία των ασκήσεων με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά	307

5.2.3. Στρατηγικές στον νοερό υπολογισμό με αριθμούς μέρος- όλο	309
5.3. Νοερή σύγκριση κλασμάτων	317
5.3.1. Οι στρατηγικές στη σύγκριση κλασμάτων	319
5.3.2. Αποτελέσματα έρευνας στη σύγκριση κλασμάτων	320
5.4. Αποτελέσματα ερευνών με ρητούς αριθμούς της σχολής των Μα- θηματικών της Φύσης και της Ζωής	323
5.4.1. Αποτελέσματα από το πρόγραμμα εξ' αποστάσεως επιμόρ- φωσης δασκάλων και πειραματικής εφαρμογής των νοερών υπολογισμών	323
5.4.2. Αποτελέσματα έρευνας σε 'επίλεκτους' Έλληνες μαθητές Ε' και Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου	328
Αναφορές	334

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:

ΚΑΤ' ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

6.1. Ορισμοί και διάφορα είδη της εκτίμησης	340
6.2. Η υπολογιστική εκτίμηση	344
6.2.1. Η ανάπτυξη της υπολογιστικής εκτίμησης	346
6.2.2. Οι διάφορες στρατηγικές	348
6.3. Η διδασκαλία	354
6.4. Έρευνες σε εκπαιδευτικούς σχετικά με την υπολογιστική εκτίμη- ση	357
6.5. Αποτελέσματα ερευνών στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής	359
6.5.1. Οι γνώσεις υποψηφίων δασκάλων στην υπολογιστική εκτί- μηση.....	359
6.5.2. Συμπεριφορές επίλεκτων μαθητών Ε' και Στ' τάξης στους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς	365
Αναφορές	371

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7:**ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΙ ΝΟΕΡΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ**

7.1. Δυσκολίες στα μαθηματικά και ατομικές διαφορές. Προσδιορισμός των όρων	375
7.2. Παράγοντες που επηρεάζουν τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά και τους νοερούς υπολογισμούς	380
7.2.1. Χαρακτηριστικά συμπεριφοράς μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες στους νοερούς υπολογισμούς	386
7.3. Πώς λειτουργεί η μνήμη;	391
7.3.1. Η εργαζόμενη μνήμη	392
7.3.2. Διάφορες λειτουργίες της εργαζόμενης μνήμης και αντίστοιχες αριθμητικές ικανότητες. Διαφορές με βάση την ηλικία	394
7.4. Εγκέφαλος, αριθμητική και οι νοεροί υπολογισμοί	397
7.5. Αριθμητικά γεγονότα και μνήμη	402
7.6. Η χρήση των στρατηγικών στους νοερούς υπολογισμούς από μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά	406
7.7. Διδακτικές παρεμβάσεις για παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά και ειδικά στους νοερούς υπολογισμούς	409
7.7.1. Έρευνες για διδακτικές παρεμβάσεις στους νοερούς υπολογισμούς	413
7.7.2. Μνημονικές στρατηγικές	417
7.7.2.1. Η χρήση των μνημονικών στρατηγικών στη διδασκαλία της προπαίδειας	420
Αναφορές	422